



TITLE:

輻射場のゆらぎとその統計的性質 (I) : Optical Coherence理論の物性基 礎論の中での位置付け

AUTHOR(S):

長島, 知正

CITATION:

長島, 知正. 輻射場のゆらぎとその統計的性質(I) : Optical Coherence理論の物性基礎論の中での位置付け. 物性研究 1971, 16(2): 166-177

ISSUE DATE:

1971-05-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/88263>

RIGHT:

輻射場のゆらぎとその統計的性質 (I)

— Optical Coherence 理論の物性

基礎論の中での位置付け —

早大理工 長 島 知 正

(4月5日受理)

Synopsis

レーザーの開発と, detector の進歩に依って, 最近海外で, 急速に進展した, Optical Coherence の理論の発展の整理をすること, 及び従来, 光学或いは, エレクトロニクス分野の問題とされて来た, この理論を物性理論の問題として, ながめた時, どのような問題を含んでいるかを考察する。

§ 1. 序

輻射場のゆらぎの研究は, 古くは, 有名な A. Einstein による光量子理論を生んだ研究や V. Laue の X 線回折に於けるゆらぎの効果の研究があるが, それ以後, 光源の貧困さのために, — つまり, Hg や Cd Lamp, 或いは, Gas 放電といった, 原理的に Spontaneous emission のみを外場によって増巾するといった光源 (これを thermal light と呼ぶ) — 光の問題は, 多くの物理学者の興味を失なった様にみえた。最近になって, 従来の光源とは, 原理的に異った光の Generator, — Laser (振動数領域によって Maser と区別している) の出現は, 再び, 原理的な興味を我々に提供している。又, 光源の変革と同時に, レスポンスの非常に早い測定器の開発は, 新らしい分光法として, photon-counting techniques として, 物性実験の, 特に散乱に依る物性研究に必須の技術の一つになりつつある。然しながら, 我々がレーザーの名前を気易く耳にする程, レーザーの原理は, 明確にされている訳ではない。輻射場のゆらぎの性質は, 当然, 従来の thermal excitation による光とレーザーや, synchrotron radiation の様な non-thermal light では異なってくるはずで, それが場の干渉性にも関係する様になる。

この点に注目した理論が Optical Coherence の理論である。そこでは,

長島知正

主として、レーザー光と従来からの光のゆらぎの性質を調べるのが目的であるが、そこから派生した理論は、もう少し、広い範囲にまたがる問題を、生んで来た。

ここでは、物性理論の立場から、問題となると思われる幾つかの問題を選んで考えてみることにする。もちろん、元来 optical coherence の理論は、光学の人達の手によって、研究されて来たもので、そちらの問題も大いにある訳であるが、邦文の解説書¹⁾も既にあるので、代表的な文献²⁾を後に載げることにとどめたい。以下での問題の分類の仕方は random で、それぞれの領域も overlap している。

§ 2. 可干渉性について

Coherence の議論が、それ以前の光学の人達による研究とは、明らかに異った展開を見せたものに、R.J.Glauber の仕事がある。(Glauber の原論文は、非常に記述論的なもので、その考え方の back-ground や物理的意味については、分かりにくく、その後の研究にまかされている事が多い。) 彼の議論の要旨は、次の様なものである — 輻射場が、完全に干渉性を持つには、量子力学的にどの様な状態を満たすべきか？

それは、field correlation function

$$g^{(1)}(X, X') = \langle E^{(-)}(X) E^{(+)}(X') \rangle = \text{tr} \{ \rho \cdot E^{(-)} \cdot E^{(+)} \} \quad (1)$$

が、任意の時空点 ($X \equiv (r, t)$) で、

$$|g^{(1)}(X, X')| \equiv \frac{g^{(1)}(X, X')}{\{g^{(1)}(X, X)\}^{\frac{1}{2}} \{g^{(1)}(X', X')\}^{\frac{1}{2}}} = 1 \quad (2)$$

を満足すれば、少なくとも 1 次の order で field は coherent であると考えられる。ここで、 $E(X)$ は Electric field operator で次の関係にある

$$\begin{aligned} E(X) &= E^{(+)}(X) + E^{(-)}(X) \\ &= \sum_k a_k u_k(X) e^{-i\omega_k t} + \sum_k a_k^+ u_k^*(X) e^{i\omega_k t} \end{aligned} \quad (3)$$

そこで、(2) が成立つためには、

$$a_k |\alpha_k\rangle = \alpha_k |\alpha_k\rangle \quad (4)$$

であれば、充分であることが分かる。この状態は、今までの量子力学的状態とは、少しく異っている。つまり、 a_k は annihilation operator で、これの固有状態を考えていることになっている。但し、ここで、 $[a_k, a_{k'}] = \delta_{k,k'}$ を満たす、Bose 粒子系の operator であることは注意すべきである。従来、量子力学では、この operator は、non-Hermitian である為、考えられて来なかったが、レーザーの問題の様に field の位相を取り扱ったり、又、量子状態の classical limit を問題にする様な場合には、definite な意味を持つてくることが分かる。(余言であるが、驚ろくことに、Claber が、operational に導いた、この状態は、1920年代に Schrodinger が考えていたらしい。恐らく格子振動の量子論を考えていて、思いついたものと思われるが、文献が入手できないので、ハッキリしない。) この状態は、number-fluctuation を見ていると、

$$P_n(\alpha) = |\langle \alpha | n \rangle|^2 = \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} \exp(-|\alpha|^2) \quad (5)$$

であるので、一見、古典的に独立な粒子の fluctuation で、Noise ばかりで、波の性質を持っていない様に見えるが、実は、

$$\langle |E_k(x)| \rangle \propto \epsilon_k(x) \cos(\omega_k t - \phi) \quad (6)$$

から分かる様に、電場（あるいは、磁場）が、classical wave として、非常にきれいな波の状態を現わしていることが分かる。

この様の一見、相反するかに見える状態も、次の様に考えることで、矛盾なく理解される。photon number fluctuation が poisson 分布であるのは、その系が、波としての性質を持っていないのではなくて、逆に、量子力学的体系としては、必ず、波動的ゆらぎと粒子的ゆらぎが共存するのが普通であるが、(特に、Bose 粒子系では、

$$(\Delta n)^2 \propto a \langle n \rangle + b \langle n^2 \rangle \quad (7)$$

で与えられる。) この状態は、波動性からくるゆらぎが全くなかった状態として、その fluctuation をゼロにした極限として考えると、残るゆらぎとして、粒子性からくるゆらぎ、つまり、poisson 分布を与えているとするのである。こう考えることに依って coherent state と呼ぶことの意味が付けられたことになるだろう。⁴⁾ 又これは、phase operator $\hat{\phi}$ の固有状態とも異なっていることを注意しておく。この状態の導出過程は、physical につかみにくい⁵⁾が、参考になるものとして、素粒子の多重発生に於いて研究されている仕事がある。⁵⁾ (但し、ここでは、classical Bose excitation の状態が $|\alpha\rangle$ で、coherent state と呼んでいるのは、 $\hat{\phi}$ の固有状態としているので注意する必要がある。)

この様な状態は、この定義及び物理的内容から云っても、fermi 粒子系では見つけにくいと思われる。これを可干渉性の量子力学的原理とすると(つまり、Bose 粒子系であることが本質的にきいている)、系の統計性の異なる電子線などの可干渉性は一寸異なったものであるはずで、どの様に考えるべきか、干渉の本質を考える時興味がある。

又、今までは、電磁場、即ち photon を考えたが、これは、ただちに、他の Bose 粒子系へその議論を移行できるため、格子振動の問題は、ただちに取扱いえることになり、⁶⁾ 不可逆性の議論でいつも問題になる、random phase をどこの段階で入れるか明きらかになるし、Action-Angle variable で定式化されている Prigogine 流の取り扱い方との比較も成されるべき問題であろう。

又、液体 He 超流動の order parameter との関係も議論されているが、ここではその内容にはふれないでおく。

§ 3. Quantum Brownian Motion

物物性的に見ると、Optical Coherence の理論は、振動論と密接に結び付いている。

つまり、輻射場を Quantum Oscillator と考えると、輻射場と、それを閉じこめる cavity との相互作用(これは heat bath と考え、equilibrium

にあるとする) は、注目する Quantum Oscillation を平衡へ向かわすが、古典論との違いは、zero 点振動に現われる。この Brownian motion の拡散係数は、通信系の言葉でいうと、この cavity のバンド巾を与えると考えてよい。レーザーの理論を考える際に、zero-pt. oscillation は大切な役割があり、そのためには、量子論的 formulation によらなければならない。又従来からの光との違いも、zero-pt. oscillation の果たす役割の違いによる処が大きい。

Impurity を含む Quantum Oscillator 系の^{8),9)} 平衡への接近の問題として、Wigner-Weisskopf 近似を用いると、linear な相互作用でも Damping が現われて来ることもあり、その近似の適用限界を Mori 理論との関係で、調べて見る事も面白いと思う。

統計力学としては、§ 2 で述べたことの反映として、つまり、annihilation operator の固有状態を考えたことによって固有値は complex を取る訳であるが、この状態を系の density operator を展開する際の basis に選ぶと必然的に、分布関数は negative な確率を取る領域もでて来る。この様な分布関数は、Quasi-probability distribution function と呼ばれているが、これに相当する分布関数は、従来からも、Wigner function が知られており、密接に関係している。¹⁰⁾

又、それに対応して、Wignerspace と coherent state とも関係がある。 $\alpha = q + ip$ であるので、この α -state を complex phase space と呼べる。fig. 1) に示した斜線の内部は、 \hbar の measure で $|\alpha| \ll \hbar$ 、この領域は Quantum region である。この外部は Classical region で prob. dist. funct. $p(\alpha)$ は、古典的な分布関数の性質を持つ (確率は正になる)。

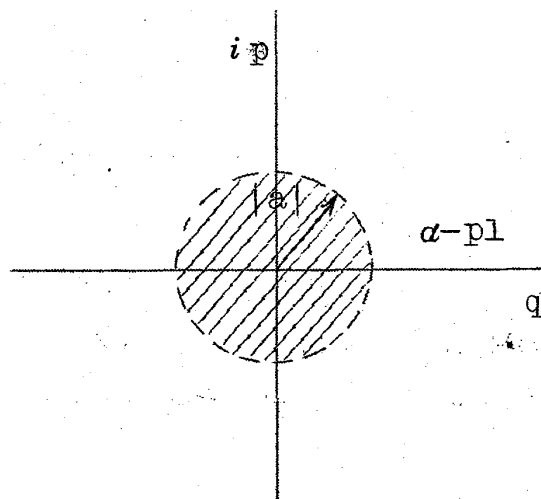


fig. 1

長島知正

これらの事からわかる様に, classical な分布函数の quantum correction を問題とする時に便利なものである。又, この α -state は, non-orthogonal であるので, つまり,

$$|\langle \alpha | \beta \rangle|^2 = e^{-|\alpha - \beta|^2} \quad (8)$$

の性質があるので, $|\alpha - \beta| \gg 1$ であれば, 直交するが, それ以外では, 波動函数が, 重なり合っているので, この部分の contribution の取り扱いは, 注意する必要がある。

今, この α -plane で, 種々の現象を次の様に分類することもできる。

1) 普通の緩和現象 (つまり, 孤立系)

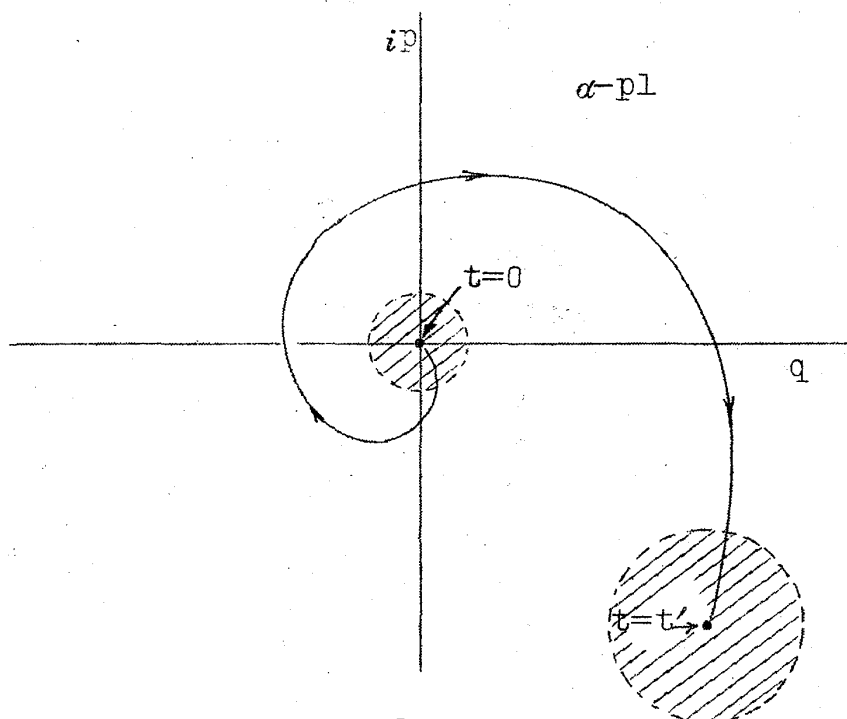


fig. 2

ここで, 斜線にかこまれた部分は, 分布函数の拡がりを, 又, trajectory は, 系の平均値の運動を示している。分布函数は, この平面上に立った3次元的なものである。($t = \infty$ では熱平衡状態に達する。) 孤立系の振舞いはこれに当たる。

2) 単純な増巾現象

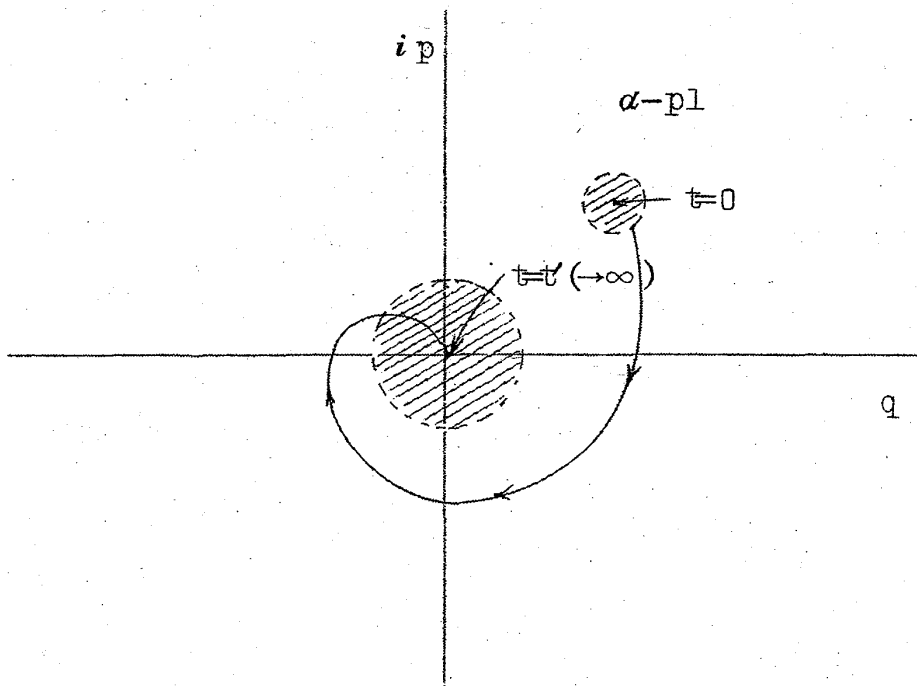


fig. 3

通信の言葉でいえば, S/N 比の良くない単なるエネルギーの増巾系はこれにあたる。単純なパラメトリック増巾器は, これで記述される。

3) 理想的 coherent 増巾現象

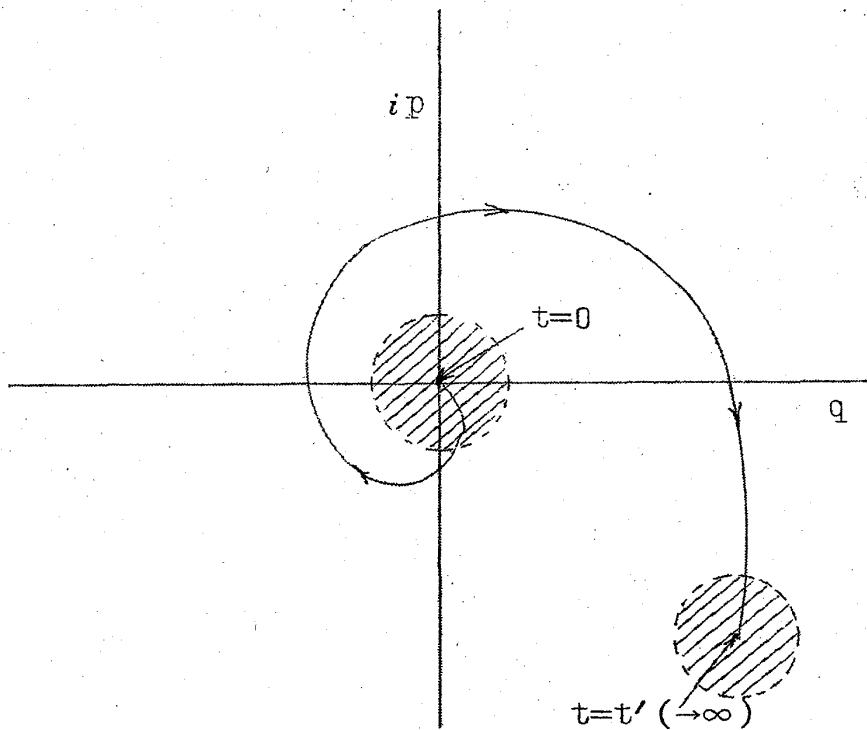


fig. 4

長島知正

prob. dist. funct. は時間が経っても拡がらない。又, limit cycle があれば, 安定な増巾器となり, 熱平衡状態とは異なる定常状態が実現される。

最後に, density operator を α -state で展開して, 得られる分布関数は, 一般的には, diagonal 成分のみで表現されず, off-diagonal 成分も必要である (つまり, $P(\alpha)$ でなく, $R(\alpha^*, \beta)$ の形が必要) はずで, 系について, つまり, density operator 自身に, ある制限が存在する訳で, 無制限にこの $P(\alpha)$ を用いることはできないことは注意を要する。任意の operator の diagonal 表現の uniqueness の証明は未だ, 完全には成されていない様である。

§ 4. レーザー理論

レーザーを非平衡状態の統計力学的対象としてながめると, (これは, H. Haken, W. E. Lamb, M. Lax etc. 非常に多くの人の仕事があるが), 従来の統計力学的対象とは, 本質的に異った面を持っていることが分かる。(§ 3 の figure を参照されたい) つまり, 外部からの energy の供給が, レーザーに本質的な負温度状態と呼ばれる状態に active medium を保つ訳で, 外場を断てば, 当然負温度状態は, normal な状態に戻ってしまい, 増巾器としての役割りを果たさなくなってしまう。つまり, 積極的に open-system を取り入れた議論をしなければならないことになる。

Haken 等の考え方によれば, レーザー系の Hamiltonian として, 次のものを考える。

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \sum_{\mu} H_{B_{\mu}} + \sum_{\mu} H_{A_{\mu} B_{\mu}} + \sum_{\mu} H_{A_{\mu}} + \sum_{\mu} H_{A_{\mu} L} \\ & + H_L + H_{LB} + H_B \end{aligned} \quad (9)$$

但し,

$H_{A_{\mu}}$; μ 番目の Active Atom の Hamiltonian.

$H_{B_{\mu}}$; μ 番目の heat bath の Hamiltonian (pumping Atom を含む)

H_L ; Cavity 中の電磁場の Hamiltonian

H_B ; heat bath の Hamiltonian (Loss 系の Hamiltonian)

$H_{A_\mu B_\mu}$, $H_{A_\mu L}$, $H_{L, B}$ はそれらの間の相互作用。

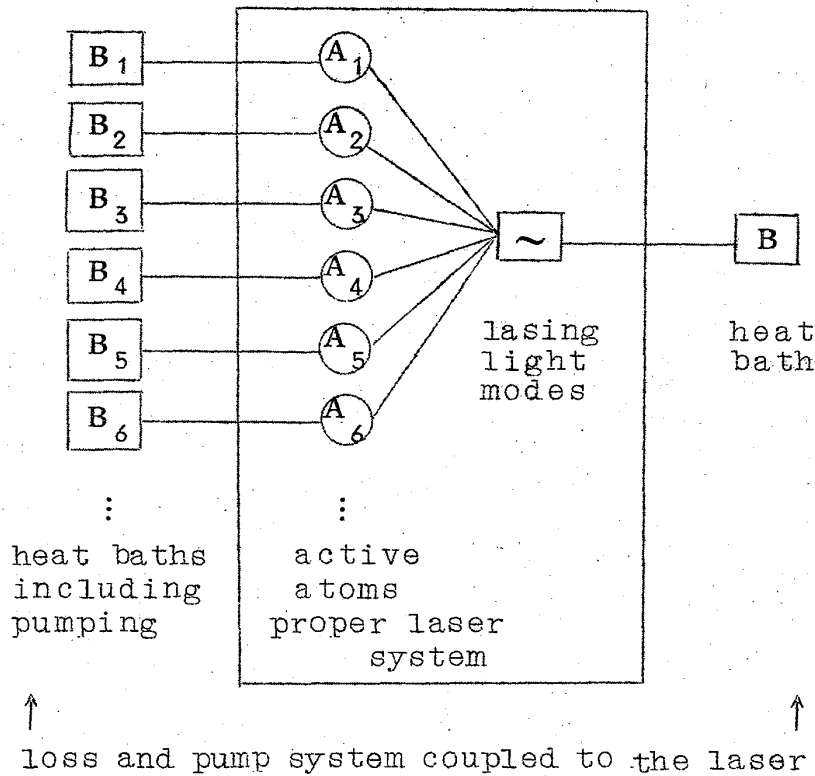


fig. 5

この Hamiltonian から出発して, heat bath を消去し, field mode と active atom とに対する Langevin eq 及び, Fokker-Planck eq. を導いた。

これから更に, atomic variable を消去すると, field mode について non-linear な式が得られる。Langevin eq. からは, 古典的な増巾器(又は発振器)の方程式として知られている Van der Pol の式が得られる。non-linear な微分方程式である Van der Pol の式の解は, limit cycle を持ち, 従って, 熱平衡以外の定常的な解を持つ。レーザーの様に, 量子論的増巾器(ないし発振器)に古典的な方程式が合致することは, その elementary process そのものは, 量子力学的 process であっても, それからが増巾された集積として, 終局的に古典的な振る舞いで記述できることは,

長島知正

当初から予想されていた処である。Haken の議論は、非常に体系の整った見事なものであるが、open-system を closed system に置き換えている処によく理解できないものがある。その点では、むしろ、Lamb の Gas Laser の理論の方が成功している様に思われる。

Open-system の取り扱いの例をレーザーの統計力学的取り扱いが提供するならば、生物系の一つの model として有用なものとなると思われる。

レーザーの問題の難かしさの中で、数学的な難かしさと関係するものとしては、単にエネルギーの増巾器としてだけではなく、Coherent な光を放出するという事実である。レーザーを特徴付けるものに、cavity の（あるいは、mirror）役割があり、ただ単に、induced emission による輻射だからといって Coherence が良いとは云い切れない。即ち、induced emission が、cavity 中の active atom 系で起きたとしても、boundary（これは、レーザーの type で異なるが、幾何学的配置で決まる）が適切でなければ、Coherent な光は、でて来ないはずである。Coherent な光にする為には、¹²⁾ Cavity の boundary によって輻射場の定常解のモードを選びだすと同時に、phase をそろえる為に、feed back がかかって、多原子系からなる cavity 中を何度も繰り返す、往復し、夫々の atom から、induced emission を引きだしながら、だんだんと定常的なモードで、しかも phase のそろったものだけが、レーザーの窓から取りだされてくると考えなければならない。この、boundary が関係する time-dependent な問題を取り扱わねばならない処に、レーザーの Coherence の本質と難かしさが混在している。これに関連して、¹³⁾ Dicke の研究に、Spontaneous emission に於ける Coherence の研究があることは、boundary の効果を考える時参考になる。

最後に、これらとは、別に物性的に興味ある問題としてレーザーを相転移と¹⁴⁾ する見方がある。これは、大雑把な言い方をすると、レーザーが incoherent な input から coherent な out-output を得る mechanism である訳で、流れの平衡を定義して、その転移とする流儀であるが、その正当性を裏付けるものは、明きらかではない。これは、流体力学の方で研究されている層流¹⁵⁾ から乱流へのプロセスとは全く、逆の乱流から層流へのプロセスが、レーザーの特徴の様であり、この立場からの議論も多く物理的現象とは異っている

為に、現在の物性理論をより、豊かなものにする可能性を含んでいると思われる。もちろん、レーザーは、人為的に環境をコントロールして得られる体系であるから、こういうプロセスが起こってもさしつかえないし、実験が、環境を積極的にコントロールして得られる特異で多様な現象の発見や開発へ向かおうとしている時、理論の対象として、レーザーは一つのかっこの例を与えるものとして注目される。

以上が、大雑把な、レーザー理論を中心とした輻射場のゆらぎの研究の現状及び、問題点であるが、今回は、大まかな把握をする為に数式は用いなかった。

これに続いて予定している (II) 以下の、もう少し掘り下げた議論に於いて、それは行っていきたい。文献についても、今回は各分野の総合的な文献にとどめ、今後必要に応じて載せていきたい。

非非常に興味ある、幾つかの Intuitive な事柄もおとししてしまった、例えば、レーザー光と Bose 粒子の超流動状態との関係及び non-linear optics と呼ばれる事柄の中でも特に field mode と active medium の特異な non-linear 相互作用によるパルス発振のソリトンとの関係などがあるが、余りにも議論不足の現状では、いたしかたがない。ただ著者は、現在エレクトロニクス・デバイスの花形の一つであるレーザーが、近い将来、物性理論でのそれになるであろうとする、ある種の期待は、夜明け前の異様な興奮にさそわれる。

謝 辞

これらの仕事を進めるにあたり、暖かくみまもってこられた斎藤信彦先生に感謝の意を表する。

文 献

- 1) 久保田 広, 朝倉利光; 日本物理学会誌 19, No. 6. 348 (1964)
- 2) M. Born & E. Wolf; Principles of Optics, Chap X, (1959)
Pergamon Press Inc.
- 3) R. J. Glauber; Phys. Rev. 131, 2766 (1963); *ibid*, 130, 2529 (1963)
- 4) T. Nagashima; (in preparation)

長島知正

- 5) M.Namiki ; Progr. Theor. Phys. 33, 92 (1965)
- 16) P.Carruthers & K.S.Dy ; Phys. Rev. 147, 214 (1966)
- 7) G.W.Ford, M.Kac & P.Mazur ; Jour . Math. Physics, 6, 504 (1965)
- 8) T.Nagashima : 日本物理学会講演, 1970, 10 (於 学芸大)
- 9) W.E.Louisell & L.R.Walker ; Phys. Rev. 137, B204 (1965)
- 10) R.J.Glauber ; "Quantum Electronics" eds by. C.Dewitt, (1964), Gordon and Breach.
- 11) R.J.Glauber ; "Quantum Optics" (1969), Academic Press. Nero York,
- 12) Fox, A.G and T.Li ; Bell System Tech. J. 40, 453,
- 13) Dicke ; Phys. Rev. 93, 99 (1954)
- 14) R.Graham & H.Haken ; 6th, I.Q.E.C (1970), Digest of Technical Papers p.248.
- 15) 佐藤 浩 ; 日本物理学誌 ; 26 No.2. 110 (1971)